

Amir Suljić

ZLATNI REZ KAO STRUKTURNI ELEMENAT ESTETSKOG ODGOJA

Sažetak

Pojam zlatnog reza predstavlja podjelu ravanske ili prostorne figure u takvoj razmjeri

da se kompletna figura odnosi prema većem njenom dijelu kao veći dio prema manjem dijelu.

Ljepota, sklad i harmonija monumentalnih građevina, umjetničkih djela, pisanih ili slikovnih umjetnina naslijeđenih od neimara i umjetnika raznih vremenskih razdoblja, kojima se i danas divimo, leži u skladu proporcionalnih odnosa. Suština ljepote za oko sastoji se u viđenju granica spajanja racionalnog i očiglednog, a tu granicu postavlja podjela po zlatnom rezu.

U ovom radu, matematičkim jezikom ispričat ćemo priču o zlatnom rezu, odnosno o zlatnom presjeku. Koji god naziv upotrijebili on je zlatni.

* * *

Malo je bilo vizionara u 19. vijeku koji su mogli predvidjeti ovakav razvoj nauke i tehnike u 20. vijeku. Dramatičan razvoj nauke i tehnike nastavlja se i u prvoj dekadi 21. stoljeća. Sa različitih mjesta čujemo mišljenja da vaspitno-obrazovne ustanove nisu spremno dočekale nagli tehnološko-tehnički skok. Kao rezultat nametnutog tempa života, u svim sferama ljudske djelatnosti, javlja se fenomen pomanjkanja atraktivnosti i ljepote u vaspitno-obrazovnom procesu, one ljepote koja na razne načine putem naših čula dopire do naše kognitivnicije stvara svijest o ljepšem i funkcionalnijem realnom svijetu oko nas.

Nećemo se baviti uzrocima i posljedicama „deficita“ estetskog pa i etičkog u našim školama. Ponudit ćemo jedno zrno ili jednu kap koji mogu doprinijeti da u konačnosti odgoja vidimo čovjeka sa razvijenijim senzibilitetom za prepoznavanje ljepote i harmoničnosti kojim obiluje svijet koji ga okružuje.

Činjenica je "da se djeca pametna rađaju" te da i prije polaska u školu veći broj njih poznaje elementarne računske operacije, tehniku pisanja, crtanja itd., što predstavlja veliki ponos i

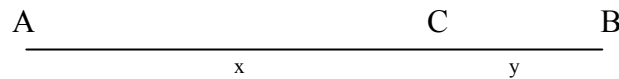
zadovoljstvo roditelja. Međutim, neformalno učenje koje dominira u predškolskom razvoju u mnogome doprinosi kvalitetnom i atraktivnom razvoju kognitivnih sfera u dječijem mozgu. Škole u formi i sa zadacima, kao i načinima na koje te zadatke realiziraju, nastavljaju da dječiju maštu oblikuju na način koji je, najvećim dijelom, oslobođen kreativnosti, estetskog razmišljanja, pravilnih i razmjernih relacija. Škole bi morale da stave pred sebe, kao prioritetan zadatak, razvoj kognitivnih učeničkih struktura usmjerenih ka ljepoti viđenja i percepcije, konstruktivnog i pragmatičnog razmišljanja, formiranje mašte koja će nastaviti put ka visinama u svim sferama ljudskog djelovanja.

Pojmovi – brojevi, slova, horizontalno, vertikalno, omjer, računske operacije kod djece su zasnovane na memoriranju i reprodukciji, te tako usvojene ne mogu biti plodno tlo za razvoj kreativnog mišljenja i snalažljivosti u nepoznatim situacijama sa kojima se sukobljavamo u svakidašnjem životu. Drugim riječima, većina djece polaskom u školu već je u startu osuđena na prepreke koje su, voljom odgajatelja u predškolskom odgoju, u kognitivne dječije strukture već utisnute. U samom startu treba uzeti ne samo kao preporuku već kao obavezu svim uposlenicima u vaspitno-obrazovnim organizacijama, da sklad i razmjeru, proporciju i odnose dviju ili više veličina na svakom mjestu ističu sa posebnim naglaskom na **zlatni rez** kao savršenstvo proporcionalnosti. Pojam zlatni rez već u startu asocira na podjelu koja zahtijeva poseban pristup da bi elementi podjele percepcijom u našim kognitivnim sferama formirali slike nečega lijepog i funkcionalnog.

Sa aspekta matematike, zlatni rez predstavlja podjelu neke veličine u omjeru kojem odgovara broj približne numeričke vrijednosti od 1,61803398874... Zašto približne?

Odgovor leži u činjenici da se do navedenog broja dolazi približnim vađenjem drugog korijena iz broja pet, te se dobijena vrijednost sabere sa brojem jedan da bi se rezultat na kraju podijelio sa brojem dva. Kako je korijen iz broja pet iracionalan broj (čiji je decimalni razvitak beskonačan, bez kraja) to se za faktor ϕ - fi (phi), čije je učešće u zlatnom rezu nezaobilazno, kaže da ima približnu, gore djelimično navedenu vrijednost. Sa aspekta matematike do opisanog postupka koji opravdava

numeričku vrijednost faktora ϕ dolazi se na sljedeći način:



Sl. 1 Podjela duži u omjeru zlatnog reza

Neka je $[AB] = (x+y)$ proizvoljna duž uz $[AC]=x$ i $[CB]=y$. Bez obzira na izbor mjesta tačke C omjer između navedenih duži mora postojati, no mi pretpostavimo da je položaj tačke C takav da vrijedi sljedeća razmjera:

$$(x+y) : x = x : y$$

Rješavajući se navedene proporcije, sukladno definiciji, dolazimo do relacije:

$$\begin{aligned}
 & xy + y^2 = x^2 \\
 \text{odnosno} \quad & -x^2 + xy + y^2 = 0 \\
 & D = b^2 - 4ac \\
 & D = y^2 + 4y^2 \\
 & D = 5y^2 \\
 & x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a} \\
 & x_{1,2} = \frac{-y \pm \sqrt{5y^2}}{-2} \\
 & x_1 = \frac{-y + y\sqrt{5}}{-2} \\
 & x_2 = \frac{-y - y\sqrt{5}}{-2} \quad \text{odnosno} \\
 & x_1 = \frac{y \cdot (1 - \sqrt{5})}{2} \\
 & x_2 = \frac{y \cdot (1 + \sqrt{5})}{2}
 \end{aligned}$$

Kako x_1 i x_2 predstavljaju mjerne brojeve duži, te kao takvi ne mogu biti negativni, zaključujemo da rješenje x_1 nije održivo. Rješenje x_2 predstavlja algebarsku vrijednost sa ulogom faktora zlatnog reza.

U aplikativnom smislu relacija $x_2 = \frac{y \cdot (1 + \sqrt{5})}{2}$ predstavlja ključ pri konstrukciji pravougaonika čije će stranice biti u zlatnom omjeru.

Tako, npr., ako želimo konstruirati „zlatni“ pravougaonik čija je jedna stranica $x = 7$ cm, onda ćemo drugu stranicu y naći koristeći navedeni obrazac, te imamo:

$$y = \frac{(1 + \sqrt{5}) \cdot 7}{2} \quad \sqrt{5} \approx 2,236 \dots$$

$$y = \frac{(1 + 2,24) \cdot 7}{2}$$

$$y = \frac{22,65}{2}$$

$$y = 11,32$$

Dakle, u našem primjeru, duži čije su dužine 7 cm i 11,32 cm „zlatni“ su dijelovi

duži čija je dužina 18,32.

Zamislite (ili nacrtajte) pravougaonik čije su stranice 7 cm i 11,32 cm i divite se ovom pravougaoniku – ljepotanu.

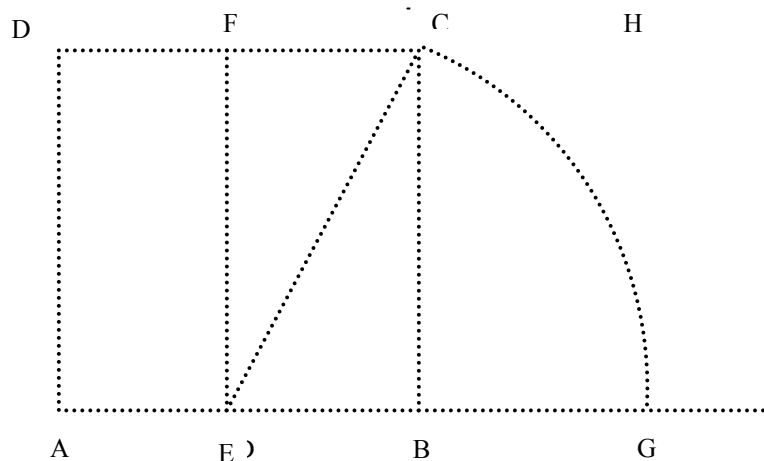
Gdje tražiti korijene zlatnog reza? Da li se zlatni rez prvo pojavio u Euklidovoj geometriji ili možda ranije. Da li je zlatni rez produkt takozvane intuitivne geometrije, a tek kasnije formalne geometrije? Odgovor na ova i slična pitanja dat ćemo na indirektan način.

Ljepota, sklad i harmonija monumentalnih građevina, umjetničkih djela, pisanih i crtanih tragova naslijeđenih od strane egipatskih neimara i umjetnika svoju kakvoću i ljepotu mogu da zahvale skladu proporcionalnih odnosa koji su korišteni u gradnji, pismu, kao i ostalim umjetničkim djelima, a čija se proporcionalnost uglavnom zasniva na zlatnom rezu, iako, barem po pisanim tragovima, za zlatni rez Egipćani nisu ni znali, ali su ga koristili. Dakle, zlatni rez kao matematičko-strukturalni pojam datira još iz vremena egipatske kulture. Sklad i ljepotu Egipćana nastavljaju da primjenjuju Grci počevši od Pitagore, Platona te Euklida koji prvi jasno formulira pojam zlatnog reza kao posljedicu odnosa tri dijela dužine u kojoj se veći dio duži odnosi prema manjem dijelu isto kao kompletna duž prema većem dijelu.

Sa aspekta matematike, ako bismo na duži AB izabrali tačku C, tako da se duž AB odnosi prema većem dijelu AC isto kao veći dio prema manjem dijelu CB, onda kažemo da smo duž AB podijelili zlatnim rezom. Normalno, ovdje se nameće pitanje, kako najjednostavnije izabrati mjesto tački C na duži AB?

Dijeleći duž AB redom na 3, 5, 8, 13, 21, 34... dijela, te u prvoj podjeli tačku C obilježimo na kraju drugog dijela, u drugoj podjeli tačku C obilježimo na kraju trećeg dijela, u trećoj podjeli na kraju petog dijela itd., drugim riječima u svakoj sljedećoj podjeli duži AB tačka C treba da ima poziciju na kraju dijela koji predstavlja prethodnik navedenog niza. Dijeleći duž AB na što veći broj dijelova, te dijeleći sljedbenik sa prethodnikom, približavamo se broju 1,61803398874, koji predstavlja numeričku vrijednost omjera veličina koje čine zlatni rez.

Shodno navedenom, u školskim sveskama, kao i knjigama gdje se nalaze horizontalne linije namijenjene za pisanje, udaljenost između vanjskih linija je uglavnom trinaest milimetara, a udaljenost srednje linije od donje je pet milimetara, tako da je sačuvano načelo zlatnog reza, tj. vrijedi razmjer ili proporcija: $13:8 = 8:5$.



Sl. 2 Jedna od konstrukcija zlatnog pravougaonika

Zlatni pravougaonik možemo pomoću šestara i ravnala konstruirati na sljedeći način: poslije konstrukcije kvadrata (ABCD), spajanjem središta stranica AB i CD, isti podijelimo na dva jednaka pravougaonika, a zatim iz tačke E koja predstavlja polovište stranice AB kvadrata ABCD, koristeći šestar, spustimo dijagonalu EC pravougaonika EBCF na polupravu EB i dobivamo

tačke G koja je vrh zlatnog pravougaonika AGHD (vrh H pravougaonika jednostavno konstruišemo!).

Ni malo nas ne čude mišljenja učenika Pitagorine škole koji su (prirodnim) brojevima pripisivali nadnaravna svojstva i moć. Slijedeći primjer pokazuje kako se prirodnim brojevima mogu opisati i takvi odnosi kakvi su utkani i u zlatnom rezu.

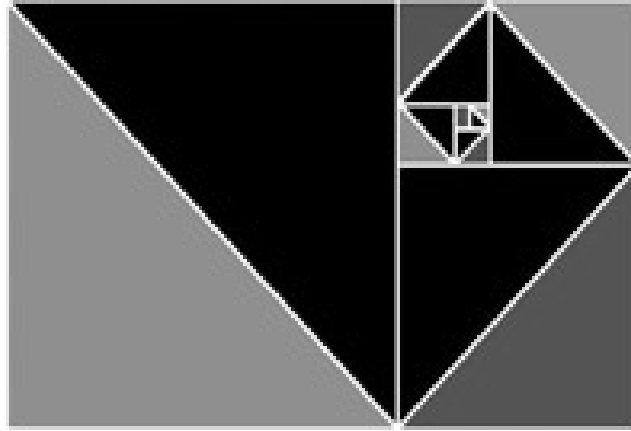
Niz brojeva 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34... inače nosi ime Fibonačijev niz, a načelo formiranja tog niza se svodi na činjenicu da su prva dva člana tog niza jedinice, a svaki član niza je, počevši od trećeg člana, jednak zbiru dva prethodna člana. Količnik između svakog člana i njegovog prethodnika daje približnu vrijednost faktora ϕ -fi, tako da je količnik brojeva 34 i 21 jednak 1,619.

Nesumnjivo, najveći pečat zlatnom rezu pripisuje se Pitagori, tom grčkom genijalcu, koji je prvi uočio sklad i povezanost matematike, muzike i mehanike. Mehanika i muzika, čudno ali tačno, zakoni matematike u zakonima prirode, sakriveni, ali postoje. Svijet u nama i oko nas nije haotičan, on je uređen po zakonima prirode i zakonima matematike i u svemu učestvuje zlatni rez kao nadređeni red ili nadređena struktura.

Priča o zlatnom rezu ne bi bila dovršena ako se ne bi spomenule ravanske i prostorne figure koje su nam, ne slučajno, za oko „zapele“. Sva istinska ljepota i sklad leži upravo u njihovoj konstrukciji čija je proporcionalnost stranica ostvarena uz učešće broja – faktora fi.

Navodimo samo nekolicinu figura koje, svojom konstrukcijom, predstavljaju sklad između racionalnog i proporcionalnog.

Pravougaonik čije su stranice a i b, za koje vrijedi $a:b = (a+b):a$, zatim zvjezdasti peterougao, takve konstrukcije da svaka od pet duži, koje formiraju zvjezdasti peterougao, dijeli dvije od preostalih duži po zlatnom rezu, zatim piramida u Egiptu, Crkva Notre dam u Parizu, kao i ostala mnoga monumentalna djela u arhitekturi, slikarstvu, kiparstvu, muzici, modernom dizajnu koja i dan-danas prkose vremenu i prostoru, svoju ljepotu i sklad mogu da zahvale zlatnom rezu, kojeg su stari neimari racionalno primjenjivali ne ulazeći u matematičke aspekte, već kao prepoznatljivu prirodnu harmoniju.



Sl. 3 Arhimedova spirala u zlatnom pravougaoniku

Nema sumnje, koloriranjem, priroda i ljudi daju stvarima i slikama privlačnu ljepotu, i tu boje igraju vrlo značajnu ulogu. Ono što se relativno malo ističe, što se može uzeti kao karakteristika ne malog broja odgojno-obrazovnih ustanova, jeste zanemarivanje estetskih dimenzija formi iz kojih učenik crpi znanje o činjenicama. O značaju razmjera u formi slikovito nam kazuje konstrukcija na slici 3, na kojoj se da uočiti da u ljepoti koju oko registruje ne igra ključnu ulogu spektar boja već, u prvom redu, sklad dimenzija zlatnog pravougaonika i Arhimedove spirale pravokutnika.

Literatura

- Suzić, N. (2005). Pedagogija za XXI vijek. Banja Luka: TT-Centar.
- Ghyka, Matila, (1977). The Geometrie of art and Life. New York.
- Herz-Fischler, Roger, (1998). A Mathematical History of the Golden Number, New York, Dover.
- Pacioli, Luca, (1889). Divina Proportione, latinski tekst s njemackim prijevodom, C.Winterberg (Hg.), Wien,
- Deni, G. (2006). Papagajeva teorema. Beograd: Geopoetika.

Summary

The expression „golden cut“ is a division of two-dimensional or three-dimensional figures in a proportion that total figure refers to its larger part as the larger one refers to the smaller one. The beauty and harmony of the monumental buildings, works of art, inherited treasures of art (written or painted) from the builders and artists of various periods which still fascinate us, lies in the harmony of proportional relations. The essence of the visual beauty is the ability of seeing the border of joining rational and lived, and border is the result of division by the golden cut.

In this paper we are going to tell the story about the golden cut i.e. about the golden section in the maths language. Whichever expression we use, it is the golden one